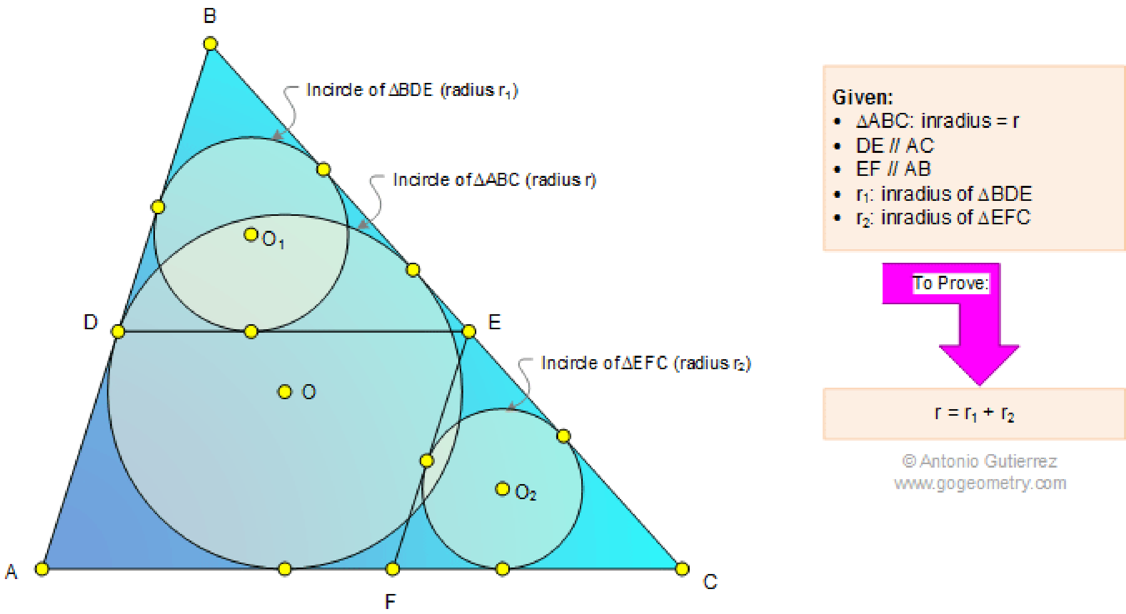

Solución:

Los triángulos ABC, DBE y FEC son semejantes, por estar en posición de Thales, luego sus inradios guardan la misma proporción que sus lados. Así:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AF} + \overline{FC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{DE} + \overline{FC}}{\overline{DE}} = 1 + \frac{\overline{FC}}{\overline{DE}} = 1 + \frac{r_2}{r_1}$$

de donde se sigue que $r = r_1 + r_2$ c.q.d.