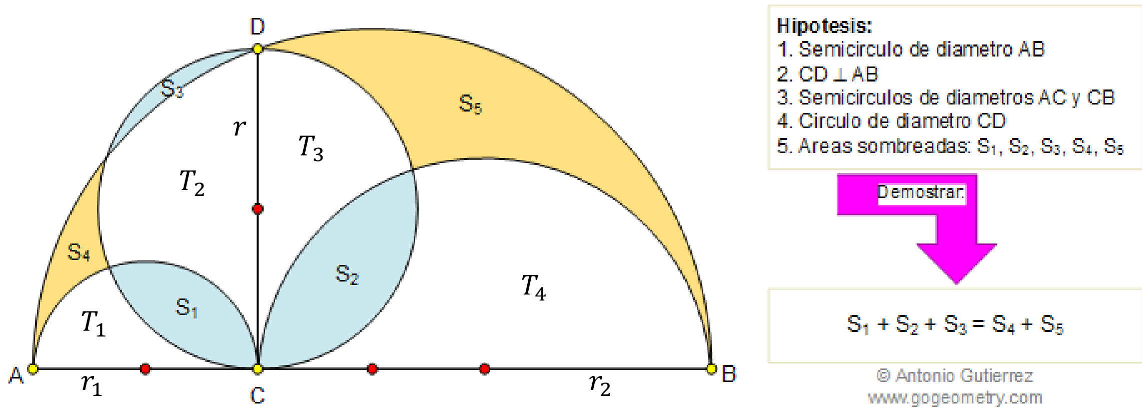

Solución:

El triángulo ADB es rectángulo, luego la altura sobre la hipotenusa es medio proporcional entre los dos segmentos en que la divide. Por ello:

$$(2r)^2 = 2r_1 \cdot 2r_2 \qquad \text{de donde} \qquad r^2 = r_1 \cdot r_2$$

Llamemos T_1, T_2, T_3, T_4 a las áreas de las regiones no sombreadas, según muestra la figura.

Ahora sólo queda hacer un recuento:

Área del círculo de diámetro $\overline{CD} = \pi r^2 = S_1 + S_2 + S_3 + T_2 + T_3$

Área del semicírculo de diámetro $\overline{AC} = \frac{\pi r_1^2}{2} = S_1 + T_1$

Área del semicírculo de diámetro $\overline{CB} = \frac{\pi r_2^2}{2} = S_2 + T_4$

Área del semicírculo de diámetro $\overline{AB} = \frac{\pi (r_1+r_2)^2}{2} = S_1 + S_2 + S_4 + S_5 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4$

Pero,

$$\frac{\pi (r_1 + r_2)^2}{2} = \frac{\pi r_1^2}{2} + \frac{\pi r_2^2}{2} + \pi r^2$$

y substituyendo los términos en ambos miembros de esta expresión por las respectivas S's y T's del recuento anterior, llegamos a que $S_1 + S_2 + S_3 = S_4 + S_5$ c.q.d.